

Общая теория относительности

М. Ю. Лашкевич

План курса:

1. Геометрия и физика специальной теории относительности:

- невырожденная симметричная форма в линейном пространстве и сигнатура;
- метрика в аффинном пространстве, индексные и безындексные обозначения;
- принцип наименьшего действия для частиц.

Семинар: Преобразование Лоренца, светоподобные координаты, диаграмма Пенроуза.

2. Основные понятия дифференциальной геометрии и пространство-время:

- аффинная связность и ковариантные производные;
- метрика и связность Леви-Чивиты;

Семинар: Физическая интерпретация метрики.

3. Риманова кривизна. Преобразования тензорных полей:

- Риманова кривизна: два определения;
- Свойства римановой кривизны;
- Преобразование полей и производная Ли. Выражение производной Ли через связность Леви-Чивиты.

Семинар: Симметрии и векторные поля Киллинга.

4. Частицы в искривленном пространстве-времени:

- частица в искривленном пространстве-времени, геодезические, внешнее электромагнитное поле;
- уравнение Гамильтона—Якоби.

Семинар: Уравнение Гамильтона—Якоби.

5. Поля в гравитационном поле. Тензор энергии-импульса:

- лагранжев подход к теории поля и канонический тензор энергии-импульса в плоском пространстве-времени;
- метрический тензор энергии-импульса, его связь с каноническим тензором;
- тензор энергии-импульса частицы.

Семинар: Тензор энергии-импульса для различных физических систем.

6. Уравнения гравитационного поля и законы сохранения:

- действие Эйнштейна—Гильберта и уравнения Эйнштейна;
- задача Коши для уравнений Эйнштейна;
- псевдотензоры энергии-импульса Эйнштейна и Ландау—Лифшица, суперпотенциал;
- энергия, импульс и угловой момент как интегралы по поверхности.

Семинар: Полная энергия стационарной системы.

7. Слабое гравитационное поле:

- линеаризованные уравнения Эйнштейна, фиксация калибровки;
- статические решения линеаризованных уравнений Эйнштейна, остаточная калибровочная свобода;
- энергия и угловой момент через асимптотики гравитационного поля.

Семинар: Задачи на гравитационное поле в линейном приближении.

8. Гравитационные волны:

- свободные решения однородных линеаризованных уравнений Эйнштейна;
- плоские волны, монохроматические волны, фиксация калибровки, поляризации;
- псевдотензор энергии-импульса плоской гравитационной волны.

Семинар: Сильная гравитационная волна.

9. Излучение гравитационных волн:

- запаздывающее решение волнового уравнения, упрощение в размерности 4;
- нерелятивистский источник: ограничение, связанное с сохранением энергии и импульса, и квадрупольное излучение;
- угловое распределение и вычисление полной излученной энергии.

Семинар: Взаимодействие гравитационного поля с материей: примеры.

10. Решение Шварцшильда:

- сферически симметричные уравнения Эйнштейна, их прямое решение;
- геодезические в метрике Шварцшильда, неполнота шварцшильдовских координат;
- Координаты Эддингтона—Финкельштейна, горизонт событий и сингулярность;
- Координаты Крускала и диаграмма Пенроуза, максимально расширенное многообразие Крускала.

Семинар: Гравитационное поле статического сферически-симметричного тела.

11. Движение частицы в метрике Шварцшильда:

- решение уравнения Гамильтона—Якоби;
- четыре типа движения в шварцшильдовской метрике, условие их реализации.

Семинар: Падение пыли на черную дыру.

12. Движение в сравнительно слабом гравитационном поле и экспериментальная проверка ОТО:

- почти ньютоновское поле и прецессия перигелия;
- отклонение луча света слабым гравитационным полем.

Семинар: Изотропные поверхности. Инвариантность изображений.

13. Заряженные и вращающиеся черные дыры:

- решение Рейснера—Нордстрёма уравнений Максвелла и Эйнштейна;
- сингулярность, горизонт событий, горизонт Коши, диаграмма Пенроуза;

- решение Керра–Ньюмена, эргосфера, кольцевая сингулярность, диаграмма Пенроуза.

Семинар: Изотропные поверхности. Эволюция изображений.

14. Космологические решения. Фридмановские модели:

- однородная и изотропная Вселенная, пространства постоянной кривизны;
- уравнения Фридмана, их решения для пылевидной материи и ультрарелятивистского газа;
- космологическая постоянная и ускоренное расширение, современная модель расширяющейся Вселенной, темная материя и темная энергия.

Семинар: Проблемы моделей Фридмана. Инфляция.